



Pedagoška fakulteta Faculty of Education
Univerza v Ljubljani University of Ljubljana

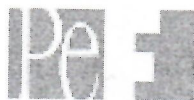
Boris Zgrablić

ALGEBRSKI DROBIŽ

Mošnjiček nalog izbirne vrste

Ljubljana

2002



Pedagoška fakulteta Faculty of Education
Univerza v Ljubljani University of Ljubljana

Boris Zgrablić

ALGEBRSKI DROBIŽ

Mošnjiček nalog izbirne vrste

Ljubljana

2002

Boris Zgrablić
ALGEBRSKI DROBIŽ – Mošnjiček nalog izbirne vrste

Strokovni pregled: mag. Marjan Jerman, asist.,
dr. Boris Lavrič, izr. prof.,
dr. Aleksander Malnič, doc.

Izdala Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani, zanjo Dekan: dr. Pavel Zgaga, izr. prof.
Tisk: Tiskarna Artelj
Naklada: 350 izvodov

Računalniško stavil avtor z uporabo programskega jezika L^AT_EX.

© Boris Zgrablić 2002. Vse pravice pridržane. Vsako reproduciranje, kopiranje ali preslikavanje celote ali posameznih delov v katerikoli tehniki je mogoče le s pisnim dovoljenjem avtorja. *Duh mehkega odpiranja matematičnih obzorij*TM je last skupine za mehko odpiranje matematičnih obzorij.

Math. Subj. Class. (2000): 15-01, 15A03, 15A04, 15A06, 15A09, 15A15, 15A18, 15A21, 15A33, 15A69, 20-01, 20A05, 20D20, 20E34, 12-01, 12D05, 12E20, 11-01, 11A05, 11A07, 11A51, 11T06, 47A05, 47A10, 47A15, 47A75, 97040.

Ključne besede: matematika, linearna algebra, vektorski prostor, linearna izrazitev, linearna neodvisnost, ogrodje, baza, razsežnost, prema vsota, geometrijski vektor, vektorski produkt, mešani produkt, koordinatizacija, linearna preslikava, linearen funkcional, matrika, sprememba urejene baze, linearen sistem enačb, endomorfizem, izomorfizem, projektor, nilpotent, zrcaljenje, vrtež, linearen strig, predznačena relativna prostornina, determinanta, enakovrednost, podobnost, lastna vrednost, lastni vektor, invarianten podprostor, karakteristični polinom, minimalni polinom, zaporedje ponovljenih slik, invariantna ogrinjača, diagonalni endomorfizem, diagonalizacija, korenski podprostor, jordanska matrika, jordanska baza, skalarni produkt, norma, evklidski prostor, unitarni prostor, pravokotna enotska baza, Rieszov izrek, adjungirana preslikava, izometrija, grupa, simetrija, simetrična grupa, permutacija, odsek, indeks, podgrupa edinka, kvocientna grupa, izreki Sylowa, prehodno delovanje, cel kolobar, ideal, praideal, maksimalen ideal, kvocientni kolobar, kolobar polinomov, razcep, evklidski kolobar, razširitev polja, končno polje, Frobeniusov avtomorfizem, geometrija, načrtovanje z ravnilom in šestilom, naloga izbirne vrste, problem.

Keywords: mathematics, linear algebra, vector space, linear expression, linear independence, spanning set, basis, dimension, direct sum, geometric vector, cross product, scalar triple product, coordinatization, linear mapping, linear functional, matrix, change of ordered basis, linear sistem of equations, endomorphism, isomorphism, projector, nilpotent, reflection, rotation, linear shear, signed relative volume, determinant, equivalence, similarity, eigenvalue, eigenvector, invariant subspace, characteristic polynomial, minimal polynomial, iterated sequence, invariant hull, diagonal operator, diagonalization, root subspace, Jordan basis, dot product, norm, euclidean space, unitary space, orthonormal basis, Riesz representation theorem, adjoint, isometry, group, symmetry, symmetric group, permutation, coset, index, normal subgroup, quotient group, Sylow's theorems, transitive action, division ring, ideal, prime ideal, maximal ideal, quotient ring, polynomial ring, factorization, euclidean ring, field extension, finite field, Frobenius automorphism, geometry, ruler and compass construction, objective type question, problem.

CIP — Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

512.64(075.8)(076.1)

ZGRABLIĆ, Boris

Algebrski drobiž : mošnjiček nalog izbirne vrste / Boris Zgrablić. – Ljubljana : Pedagoška fakulteta, 2002

ISBN 86-7735-058-6

119709952



104 281

Namesto pregovora

Mošnjiček je. Uporabljali ga bodo tisti, ki ga bodo rabili. To so predvsem študenti vseh smeri na univerzitetnih in visokošolskih študijih, kjer so potrebna temeljna ali poglobljena znanja s tistih algebrskih področij, ki jih mošnjiček zajema.

- i. Kateri pregovor pomaga pri odločitvi o nakupu mošnjička?
- (a) Ne kupuj, česar ne potrebuješ.
 - (b) Prvi dobiček ne gre v mošnjiček.
 - (c) Mošnjiček se po predgovoru pozna.
 - (d) Bolje algebrski drobiž v mošnjičku kot maček v žaklju.
 - (e) Drugo, a še vedno v tej kategoriji.

Mošnjiček je privlačen. Uporabljali ga bodo lahko tudi taki, ki ga ne rabijo, kar je najbrž domena tržnega modela in njegove uspešnosti.

- ii. S kakšnimi prijemi bo poskrbljeno za dobro prodajo naklade?
- (a) Dobro blago se samo hvali.
 - (b) Dober glas seže v deveto vas.
 - (c) Avtor bo odkupil celotno naklado in zaslužil na tečajni razliki.
 - (d) Pssst, ejga! A veš, da je naklada že skoraj razprodana?
 - (e) Na zadnjih straneh mošnjička so obrazci, ki jih mora vsak študent izpolniti in priložiti k prijavi na izpit, v dveh originalnih izvodih (fotokopije ne veljajo!).

Mošnjiček je preprost. Po obliki tog, temelji na enem samem odločitvenem okolju. Po vsebini svoboden, spodbuja uporabo izvirnih reševalnih strategij.

- iii. Naloge v tem mošnjičku so izbirne vrste, kar pomeni, da
- (a) bralec izbira, bralka izbere.
 - (b) je mošnjiček demokratično zasnovan.
 - (c) avtor iskreno upa, da je pri vsakem vprašanju izmed petih ponujenih odgovorov pravilen natanko eden.
 - (d) je vrsta, ki jo izbereš, vedno počasnejša od tiste, ki je ne izbereš.
 - (e) njihove delne vsote konvergirajo k binomskemu koeficientu.

Mošnjiček je nepopoln. Obtežen s kazalom in s tolmačem oznak izčrpnosti ne krati dopusta. Tudi ko bo velik, ne bo vse–v–enem–priročnik za samostojni študij.

iv. Kaj manjka temu mošnjičku?

- (a) To je poslovna skrivnost!
- (b) Povečevalno steklo v prilogi.
- (c) Algebrski bankovec.
- (d) Rešitve, rešitve, rešitve.
- (e) Duh mehkega odpiranja matematičnih obzorij.

Mošnjiček je izziv. Je bolj izjema kot pravilo. Je povabilo k razpravi, odkrivanju in ustvarjanju. Torej?

V Piranu, Ljubljani in Kopru, maja 2002

Boris Zgrablić


Kazalo

1 Linearna algebra	7
1.1 Geometrijski vektor in uporaba	7
1.1.1 Geometrijski vektor in linearno izražanje vektorja	7
1.1.2 Skalarni, vektorski in mešani produkt geometrijskih vektorjev	8
1.1.3 Koordinatizacija prostora geometrijskih vektorjev	10
1.1.4 Razdalja	12
1.1.5 Linearna transformacija prostora geometrijskih vektorjev	13
1.2 Končnorazsežni vektorski prostor	15
1.2.1 Vektorski prostor in podprostor	15
1.2.2 Linearna odvisnost in neodvisnost, ogrodje, baza, razsežnost	16
1.2.3 Vsota in presek podprostorov, Grassmanova enakost	17
1.3 Linearna preslikava in matrika	19
1.3.1 Linearna preslikava	19
1.3.2 Matrika	23
1.3.3 Koordinatizacija vektorskega prostora: stolpec vektorja in matrika linearne preslikave	27
1.3.4 Linearni sistem enačb	32
1.3.5 Linearni funkcional	34
1.3.6 Projektor in nilpotent	36
1.4 Determinanta kvadratne matrike in determinanta endomorfizma	38
1.4.1 Predznačena relativna prostornina urejene n -terice vektorjev	38
1.4.2 Determinanta kvadratne matrike	39
1.4.3 Determinanta endomorfizma	42
1.5 Zgradba endomorfizma in podobnost	43
1.5.1 Invariantni podprostor za endomorfizem	43
1.5.2 Invariantna ogrinjača in minimalni polinom vektorja glede na endomorfizem	45
1.5.3 Minimalni polinom endomorfizma in matrike	50
1.5.4 Lastna vrednost in lastni vektor	51
1.5.5 Karakteristični polinom endomorfizma in matrike	53
1.5.6 Jordanska matrika endomorfizma	57
1.5.7 Jordanska baza prostora glede na endomorfizem	60
1.5.8 Podobnost endomorfizmov, podobnost matrik	61
1.6 Vektorski prostor s skalarnim produktom	65
1.6.1 Evklidski in unitarni prostor	65
1.6.2 Rieszov izrek	67
1.6.3 Adjungirana preslikava in posebni endomorfizmi	69
2 Grupa, kolobar in polje	73
2.1 Grupa	73
2.1.1 Grupa in podgrupa	73
2.1.2 Permutacija in simetrična grupa	74
2.1.3 Generatorska množica v grupi	77
2.1.4 Izomorfni grupi	78
2.1.5 Odsek in indeks podgrupe v grupi	80

2.1.6	Red elementa v grupi	81
2.1.7	Ciklična grupa	82
2.1.8	Podgrupa edinka	84
2.1.9	Homomorfizem grup in kvocientna grupa	85
2.1.10	Center grupe	87
2.1.11	Normalizator podgrupe	88
2.1.12	Komutatorska podgrupa	89
2.1.13	Abelske grupa, predvsem končnogenerirana	90
2.1.14	Normalna in kompozicijska vrsta, rešljiva grupa	92
2.1.15	Izreki Sylowa	93
2.1.16	Delovanje grupe	95
2.2	Kolobar in polje	97
2.2.1	Identiteta, obrnljiv element in delitelj ničā v kolobarju	97
2.2.2	Ideal in homomorfizem kolobarjev	99
2.2.3	Razcep v kolobarju polinomov	100
2.2.4	Računanje v kvocientnem kolobarju	103
2.2.5	Razcep v celem kolobarju, maksimalni ideal in praideal	103
2.2.6	Kvocientni kolobar celega kolobarja po maksimalnem idealu	105
2.2.7	Kolobar celih Gaussovih števil	105
2.2.8	Razširitev polja	107
2.2.9	Red končnega polja	111
2.2.10	Množeča grupa končnega polja in Frobeniusov avtomorfizem	112
2.2.11	Načrtovanje z ravnilom in šestilom	113
3	Najbrž pravilni odgovori	117
	Oznake	119
	Obrazec	123
	Sladko na koncu	129



PEDAGOŠKA FAKULTETA - KNJIŽNICA
II 512
ZGRABLIČ, B.
Algebrski



0104281

UNIVERZA V LJUBLJANI
COBIS

UNIVERZA V LJUBLJANI
Pedagoška fakulteta
Oddelek za matematiko in računalništvo
Oddelek v Kopru

ISBN 86-7735-058-6



9 788677 350581